МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДТСВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ»

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
по дисциплине

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

для студентов очной и заочной форму обучения по направлениям: 15.03.04 "Автоматизация технологических процессов и производств" , 27.03.04 "Управление в технических системах"

Ростов-на-Дону
2023

Лабораторная работа №1

«Моделирование детерминированных и случайных сигналов. Дискретизация и квантование последовательностей»

СОДЕРЖАНИЕ

Элементы теории

Цели работы:

1. Освоить моделирование различных типов сигналов и их характеристик с помощью программного средства MATLAB.
2. Приобретение практических навыков по дискретизации и квантованию детерминированных и случайных последовательностей.
3. Понять проблемы, возникающие в области дискретизации сигналов, связанные с выбором частоты дискретизации и разрядностью системы аналогового-цифрового преобразование.

Сигнал может быть:

- Аналоговый – исходный физический сигнал $x(t)$, являющийся непрерывной функцией времени;
- Дискретный – произвольная последовательность значений, каждое из которых взято в дискретные моменты времени (отсчеты) $x(nT_д)$ с постоянным интервалом дискретизации Δt, периодом дискретизации $T_д$ и частотой дискретизации $f_д = \frac{1}{T_д}$.
- Цифровой сигнал – это дискретный сигнал, к которому была применена операция квантования по уровню $\tilde{x}(nT_д)$, то есть диапазон отсчетных значений дискретного сигнала разбивается на конечное число уровней d0, d1, ... dk, затем происходит округление значения каждого отсчета до одного из двух ближайших к нему уровней.

Детерминированным или регулярным сигналом называют такие сигналы, значения которых в любой точке интервала времени можно определить или рассчитать заранее, имея математическую модель. В свою очередь детерминированные сигналы делятся на периодические и непериодические сигналы. Классификация сигналов на периодические и непериодические лишь указывает на форму сигнала (рис. 1), то есть повторяется ли он через некоторый промежуток времени (период сигнала) или нет:

$$s(t)=s(t+kT),$$

где k – любое целое число, T – период повторения.

Пример периодического сигнала – гармоническое колебание, описываемое следующим выражением:

$$s(t)=A\cdot\cos(2\pi\cdot t\cdot T+\phi),$$

где A – амплитуда колебания, φ – начальная фаза.

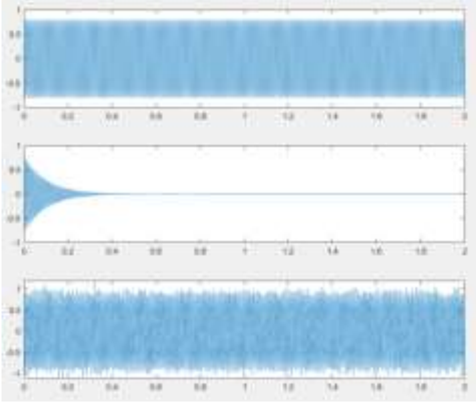
Случайным сигналом или стохастическим называется функция времени, значения которой достоверно не известны, а лишь могут быть предсказаны с некоторой вероятностью, которая всегда будет меньше единицы.

Дискретное представление сигналов

При дискретизации гармонического сигнала выполняется правило его адекватного дискретного представления: частота сигнала не должна превышать половины частоты дискретизации $f_н \leq \frac{f_д}{2}$. В этом случае $f_н$ называют частотой Найквиста. Дискретный сигнал представляет собой последовательность чисел, поэтому при представлении его в ПП Matlab зачастую используется векторная форма записи, при этом удобно задавать частоту дискретизации $f_д$ и использовать ее обратную величину в качестве шага временной последовательности.

Пример 1. Моделирование периодического сигнала в виде синусоиды, затухающей синусоиды и синусоиды с аддитивным шумом.

>> fd = 10e+3; % частота дискретизации >> t = 0:1/fd:2; % задание временного ряда >> A = 0.8; % амплитуда сигнала >> w = 100;% частота сигнала >> s1 = A*sin(2*pi*w*t);% сигнал синусоиды >> s2 = exp(-10.*t).*s1;% сигнал затухающей	Результат моделирования

синусоиды >> s3 = s1 + 0.1*randn(1,length(t));% сигнал синусоиды с аддитивным шумом >> subplot(3,1,1) >> plot(t,s1) >> subplot(3,1,2) >> plot(t,s2) >> subplot(3,1,3) >> plot(t,s3)	

Также в Матлаб имеется библиотека функций генерации типовых сигналов в теории и практики ЦОС.

Описание функции	**Пример в Матлаб**
Единичный импульс $\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0, \\ 1, & n = 0. \end{cases}$	>> x = -1:0.1:1; >> y = dirac(x); >> idx = y == Inf; >> y(idx) = 1; >> stem(x,y)
Единичный скачок $u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases}$	>> syms x >> fplot(heaviside(x))
Прямоугольный импульс $r(n) = \begin{cases} 1, & n \leq 1/2, \\ 0, & n \geq 1/2. \end{cases}$	>> t=0:0.1:50; >> y = square(t); >> plot(t,y)
Прямоугольная последовательность $r(nT) = \begin{cases} a, -\tau/2 < n < \tau/2, \\ 0, \frac{\tau}{2} < n < T - \tau/2. \end{cases}$	>>Fd = 1; %частота дискретизации >>t = 0:1/Fd:100; % время реализации импульса >>pulsewidth = 8; % длительность

Где a - амплитуда, t – длительность, T – период импульса. Q = T/ τ – скважность, q= τ/T – коэффициент заполнения	импульса >>pulseperiods = [0:100]*16; % период следования имульсов >>Signal = pulstrain(t,pulseperiods,@rectpuls,pulsewidth); >>plot(t,Signal)
$s(t) = \begin{cases} A\left(1+\frac{2t}{\tau}\right), & \text{если} \quad -\frac{\tau}{2} \leqslant t < 0, \\ A\left(1-\frac{2t}{\tau}\right), & \text{если} \quad 0 \leqslant t \leqslant \frac{\tau}{2}, \\ 0, & \text{если} \quad \lvert t\rvert > \frac{\tau}{2}. \end{cases}$	>> fs = 10e3; >>t = -0.1:1/fs:0.1; >>w = 40e-3; >>x = tripuls(t,w); >> plot(t,x)

Цифровое представление сигналов

При переходе от дискретного сигнала к цифровому необходимо провести операцию квантования сигнала по уровню. Квантование бывает двух типов с усечением (путем присваивания ближайшего нижнего уровня) и с округлением (путем присваивания ближайшего уровня). Квантование дискретного сигнала (преобразование его в цифровой) даёт возможность представления отсчётов на конечноразрядной сетке электронно-вычислительной машины, а затес присваивать ему двоичный код. Это обеспечивается благодаря тому, что значения квантованного сигнала могут соответствовать одному из разрешённых уровней значений, называемых уровнями квантования. Поиск количества уровней квантования, необходимых для представления сигнала в цифровом виде определяется по формуле

$N_q \geq \frac{h}{\Delta} - 1$, где $h = \max\left(x_д(nT)\right) - min(x_д(nT))$, Δ - шаг квантования.

Количество двоичных разрядов, требуемых для уникального представления N_q различных чисел

$$B \geq log_2 N_q = log_2\left(\frac{h}{\Delta} - 1\right).$$

Квантование с усечением вычисляется по формуле

$$x_i \leq x < x_{i+1} \Rightarrow x_q = x_i$$

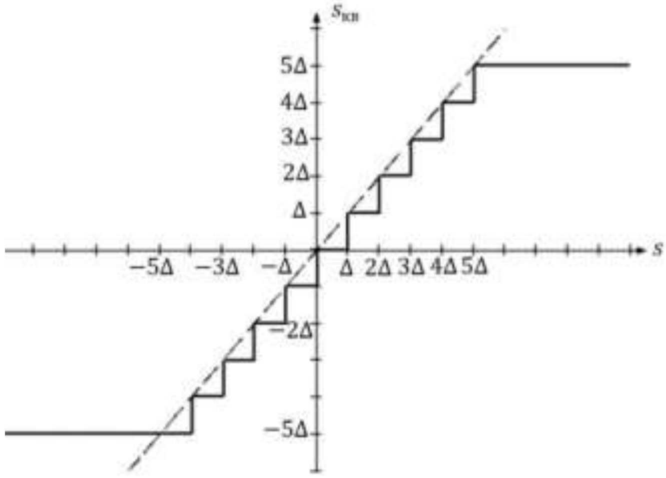


Рисунок 1 – Квантование при усечении

Квантование с округлением вычисляется по формуле

$$x_i - \frac{\Delta}{2} \leq x < x_{i+1} + \frac{\Delta}{2} \Rightarrow x_q = x_i$$

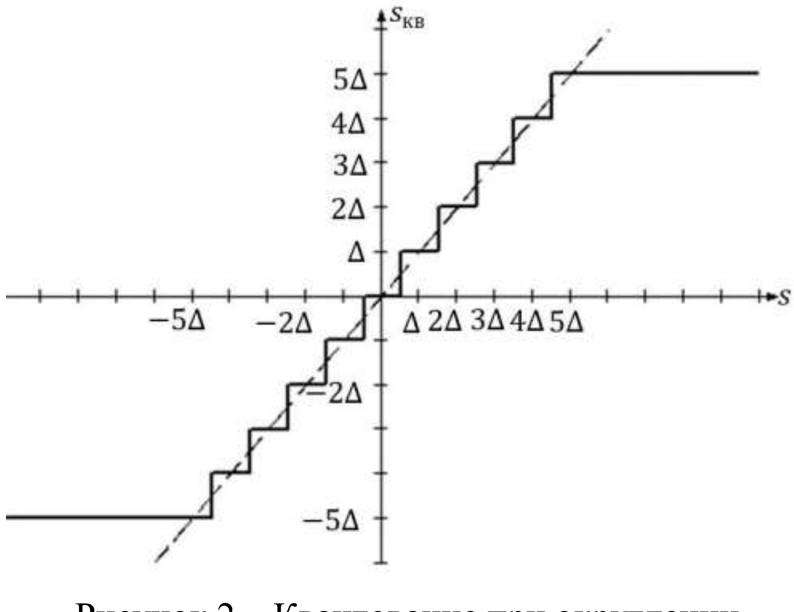


Рисунок 2 – Квантование при округлении

Количество уровней квантования ограничено разрядностью аналогово-цифрового преобразователя (АЦП). Например, двоичный 4-разрядный (4-

битовый) АЦП способен выдать 16 дискретных значений (0…15), соответственно размах дискретного сигнала может быть оцифрован шестнадцатью уровнями. Если значения квантуемого сигнала выходят за установленные пределы – происходит его ограничение.

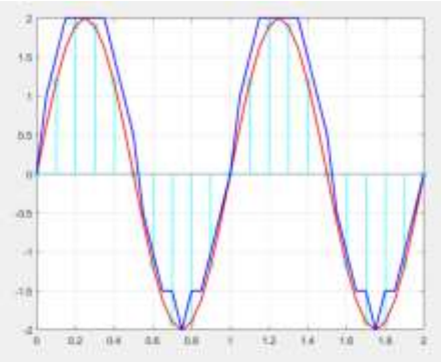
Пример 2. Рассмотрим дискретизацию и квантование сигнала синусоиды с амплитудой A=2, частотой w = 1 Гц и длительностью tn = 2 сек в Matlab, при этом $f_д = 20$, Δ = 0.5.

<table>
<tr>
<td>

>> t = [0:0.05:2]; % задаем временной ряд значений для сигнала синусоиды
>> A = 2;
>> w = 1;
>> sig = A*sin(2*pi*w*t); % генерируем синусоидальную последовательность с амплитудой 2
% Построение дискретной синусоиды
>> fd = 10;% задаем частоту дискретизации
>> td = 1/fd; % период дискретизации
>> T = 0:td:2; % массив отсчетов дискретного времени
>> sig2 = A*sin(2*pi*w*T); % дискретная последовательность
% Построение цифрового сигнала
>> d = 0.5; %шаг квантования
>> N = [-A:d:(A-d)]; % уровень квантования
>> lvl = [-A:d:A]; % размах квантования
>> [index,quants] = quantiz(sig,N,lvl);% моделирование

</td>
<td>

Результат моделирования



</td>
</tr>
</table>

квантованного сигнала % Построение сигналов stem(T,sig2,'c','linew',1); LineStyle = ":"; hold on plot(t,sig,'r',t,quants,'b','LineWidth', 1.5) grid on	

Задание на лабораторную работу

1. Промоделируйте и выведите график детерминированного периодического сигнала s(t) = A1*cos(w*t), а также постройте его дискретную и цифровую форму в соответствии с вариантом задания.
2. Посчитайте ошибку квантования детерминированного сигнала, представьте ее в виде графика функции e(t).
3. Исследуйте, что происходит с дискретным сигналом, если: $f_д < w, f_д = w, f_д > 2 * w.$ Постройте для каждого варианта детерминированный и дискретный сигнал. Соответствующий вывод укажите в работе.
4. Исследуйте, что происходит с цифровым сигналом, если шаг квантования изменяется следующим образом $\Delta = N\text{вар} \pm 0{,}05$, $\Delta = N\text{вар} \pm 0{,}025.$ Постройте для каждого варианта детерминированный и цифровой сигнал. Соответствующий вывод укажите в работе.
5. Промоделируйте и выведите график детерминированного периодического сигнала s(t) = A1*cos(w*t) с шумовой аддитивной составляющей с амплитудой A2=0,1, а также постройте его дискретную и цифровую форму в соответствии с вариантом задания. Исследуйте качественно отличия результаты 1 и 4 задания.

6. Задайте прямоугольный импульс в виде 8 отсчетов равных 0, 8 отсчетов равных 1. То есть длина импульса – 16 точек. Постройте график получившейся последовательности.

Варианты заданий

N вар	**A1**	**t**	**w**	$\boldsymbol{f}_{д}$	**Δ**
1	0,08	2	2	8	0,5
2	0,63	1	2	12	0,5
3	0,21	3	1	5	0,5
4	0,04	2	9	10	0,5
5	0,65	3	1	8	0,5
6	1,00	3	4	9	0,5
7	0,25	1	1	17	0,5
8	0,45	3	5	10	0,5
9	0,62	3	1	19	0,5
10	0,07	4	8	4	0,5
11	0,38	1	5	11	0,5
12	0,79	4	2	23	0,5
13	0,45	1	4	12	0,5
14	0,87	4	6	20	0,5
15	0,74	5	5	15	0,5
16	1,00	1	4	8	0,5
17	0,10	5	2	12	0,5
18	0,61	5	8	10	0,5
19	0,82	2	5	14	0,5
20	0,62	6	5	18	0,5
21	0,54	2	4	21	0,5
22	0,83	1	8	23	0,5
23	0,57	6	9	5	0,5

24	0,68	6	8	15	0,5
25	0,31	1	2	3	0,5

Контрольные вопросы

1. Что такое период и частота дискретизации и как они связаны друг с другом?
2. Дайте определение дискретного и цифрового сигналов.
3. Как частота дискретизации влияет на адекватность преобразованного сигнала? Как выбирается частота дискретизации?
4. Как шаг квантования влияет на преобразование дискретного сигнала в цифровой?
5. Разрядность и дискретизация АЦП. Что это за параметры и почему они важны при ЦОС?

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Лабораторная работа № 2

«Дискретное преобразование Фурье и его свойства»

СОДЕРЖАНИЕ

Элементы теории

Цели работы:

1. Изучить дискретное преобразование Фурье и его свойства на примерах простейших детерминированных сигналов.
2. Понять проблемы, возникающие в области спектрального оценивания, связанные с анализом дискредитированных выборок ограниченной длины.
3. Определить каким образом выбирается длина исследуемого сигнала и частота дискретизации.

Значительная часть анализа временных рядов связана с преобразованием Фурье или разложением сигнала, то есть временной функции в ряд по базисным функциям. Такое разложением позволяет свести анализ сложного сигнала к анализу его более простых составляющих, например, частотных характеристик. В этом случае преобразование Фурье играет роль необходимого промежуточного шага в определении плотностей спектра, мощности, кросс-спектральных плотностей, передаточных функций (ПФ), сверток и корреляционных функций. И в связи с тем, что массивы обрабатываемых данных для спектрального анализа являются зачастую большими и требуют времени для преобразования, актуальной задачей является также эффективное вычисление преобразования Фурье.

Интегральное представление сигналов

Из известных интегральных преобразований при анализе сигналов наиболее часто используется преобразование Фурье:

$$\boldsymbol{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t}dt$$

Ему соответствуют обратное преобразование:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{S}(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

.

Интеграл Фурье дает описание сигнала в виде суперпозиции гармонических составляющих с непрерывной последовательностью частот. Спектральный анализ сигналов кс использованием такого представления называется гармоническим. Функция S(w) называется спектральной плотностью или спектром сигнала S(t). Интегральное преобразование Фурье возможно для функций, описывающих сигналы с конечной энергией.

Представление сигналов ортогональными рядами

Функция, описывающая сигнал s(t), может быть представлена в виде взвешенной суммы более простых (базисных) функций φ(t):

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\varphi_n(t)$$

где C_n – коэффициенты разложения. Такое представление сигналов означает, что он рассматривается как совокупность колебаний, взятых с соответствующими коэффициентами. Разложение сигнала s(t) в таком виде по ортогональной системе функций называется обобщенным рядом Фурье. Совокупность коэффициентов разложения называется спектром сигнала в выбранной системе базисных функций или обобщенным спектром. В практике анализа периодических функций наибольшее применение получил тригонометрический ряд Фурье, в котором в качестве базиса выбраны тригонометрические функции:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega t)$$

Коэффициенты разложения в ряд Фурье определяются выражениями:

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)dt$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos(k\omega t)dt$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\sin(k\omega t)dt$$

Где $T=2\pi/w_1$ – период сигнала. Тригонометрический ряд Фурье дает разложение сигнала по гармоническим составляющим, позволяет проводить анализ сигнала в частотной области. Анализ с его использованием, как и с использованием интегрального преобразования Фурье, называется гармоническим.

Дискретное преобразование Фурье

Дискретное преобразование Фурье или преобразование на конечном интервале дискретных значений времени вычисляется, как правило, при помощи быстрого преобразования Фурье. Определение преобразования для комплексного сигнала $X_j=X(t_j)$, заданного для дискретных равностоящих отсчетов времени $t_0, t_1, \ldots, t_{N-1}$ имеет вид:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) \cdot e^{(-2\pi j \cdot nk/N)}$$

где k=0,1,…,N-1.

Данное преобразование обратимо и позволяет по известному дискретному спектру однозначно восстановить сам дискретный сигнал:

$$x(nT) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{(2\pi j \cdot nk/N)}$$

Выполнение работы

1. Оцените скорость расчета спектра с помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ) в Matlab, функция fft. Для этого сгенерируйте последовательность чисел в виде синусоидальной закономерности. Пусть размерность полученного массива будет не более 10000 значений. Затем проанализируйте выборку начиная с малых значений N = 32, 64,…1024, время исполнения скрипта ДПФ замерьте с помощью конструкции tic-toc. Постройте спектр мощности для заданного сигнала.
2. Задайте прямоугольный импульс в виде 8 отсчетов равных 0, 8 отсчетов равны 1. То есть длина импульса – 16 точек. Рассчитайте спектр, затем дополните массив до длин, являющихся степенью 2. Выполните расчет для нескольких выборок, запишите время, сделайте вывод о зависимости t(N).
3. Исследуйте, что происходит со спектром сигнала, если шаг дискретизации не удовлетворяет теореме Котельникова.
4. Исследуйте качественно отличия спектра синусоидального сигнала с частотой являющейся степенью 2 и не являющимся таковой.
5. Сгенерируйте двух частотный сигнал со следующими параметрами w1 = 20 Hz, w2 = 20.08 Hz, fd = 1kHz, зашумите его с помощью функции rand. Оцените изменения спектра в зависимости от варьирования параметров амплитуды у каждой составляющей сигнала и частоты дискретизации.

Контрольные вопросы

1. Что такое интегральное преобразование Фурье и его связь с ДПФ?
2. Что такое предельное разрешение спектрального анализа?
3. На что влияет добавление нулей к сигналу?
4. В чем принципиальное отличие спектра реального дискретного сигнала на входе АЦП от спектра реального дискретного сигнала на выходе ЦАП?
5. Что такое модуль спектра и фазовый спектр?

Лабораторная работа № 3

«Двумерное дискретное преобразование Фурье»

СОДЕРЖАНИЕ

Элементы теории

Цель работы:

1. Изучить дискретное двумерное преобразование Фурье на примерах спектрального анализа изображений.
2. Изучить функции в Matlab для спектрального анализа изображений.
3. Изучить основы пространственной и частотной обработки изображений.

Цифровая обработка применяется не только для анализа одномерных массивов данных. Алгоритм преобразования Фурье может быть применен для обработки n-мерного массива данных с помощью последовательного вычисления преобразования Фурье, сводящегося к преобразованию меньшей размерности (одномерной) по каждой последовательности данных многомерного массива. То есть для массива размерностью nxm будет реализовано-n преобразований Фурье по строкам, а потом полученный результат будет преобразован по m столбцам.

Наиболее распространенным примером n-мерного преобразования Фурье является обработка изображений и соответствующее ей двумерное преобразования Фурье или пространственное Фурье преобразование: Фурье-спектр пространственных частот изображения является его частотным представлением в ортонормальном базисе, состоящем из комплексных экспонент. Представление изображения в таком пространстве дает возможность наблюдать его структурные особенности, связанные с периодичностью повторения элементов, наличием мелких деталей, качеством изображения и др. Пространственные частоты имеют размерность, обратную единицам измерения расстояний на изображении. Тогда, представление изображения в базисе комплексных экспоненциальных функций задается парой преобразований Фурье:

$$F(\omega_x, \omega_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} a(x, y) e^{-i2\pi(\omega_x * x + \omega_y * y)} dxdy \qquad (1)$$

$$a(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\omega_x, \omega_y) e^{i2\pi(\omega_x * x + \omega_y * y)} dxdy \qquad (2)$$

где (1) прямое преобразование Фурье, (2) обратное преобразование, x, y – координаты в плоскости изображения, ω_x, ω_y – пространственные частоты.

Как и в одномерном случае, понятие о бесконечно непрерывных сигналах может быть распространено и для случаев сигналов с ограниченной протяженностью, как, например, изображение. Для этого рассмотрим изображение шириной N и высотой M. Преобразование Фурье такого изображения имеет вид:

$$F(\omega_x, \omega_y) = \int_{-M/2}^{M/2} \int_{-N/2}^{N/2} a(x,y) e^{-i2\pi(\omega_x * x + \omega_y * y)} dxdy\,. \qquad (3)$$

Преобразование Фурье ограниченного в пространстве сигнала (*a(x,y)=0* при |*x*|>*N/2 и* |*y*|>*M/2*), если его представить периодически размноженным по всей плоскости, является дискретным, т.е. содержит лишь счетное количество гармоник на частотах $[\omega_x \,/\, N, \omega_y \,/\, N]$, $-\infty < \omega_x, \omega_y < \infty$. Спектр неограниченного в пространстве дискретного изображения является периодической функцией. Если расстояния между точками, в которых заданы отсчеты изображения по осям OX и OY равны соответственно Δx и Δy , то периоды преобразования Фурье равны 1/Δx и /1/Δy . Если начало отсчета поместить в центральной точке матрицы периодически повторяющегося фурье-образа, то максимальные пространственные частоты будут равны ± 1/2 Δx и ± 1/2Δy.

Максимальная частота, которая может быть получена при заданном шаге дискретизации сигнала, называется частотой Найквиста. В полученном периодическом преобразовании Фурье дублирующиеся спектральные составляющие можно отбросить и считать, что дискретный сигнал имеет ограниченный по частоте спектр. Таким образом, просуммировав приведенные рассуждения, можно сделать вывод, что Преобразование Фурье ограниченного в пространстве дискретного изображения является также дискретным и ограниченным по частоте. Максимальные пространственные частоты определяются шагом дискретизации изображения.

Ограниченность спектра дискретного изображения по частоте можно продемонстрировать, рассмотрев простой пример. Самый маленький период повторения на изображении мы можем получить, если будем чередовать белые и черные точки, например, вдоль оси OX. Этот период будет равен 2Δx, а соответствующая пространственная частота равна 1/2Δx. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) изображения, заданного в точках $f(k,l), k = 0 \dots M-1, l = 0, \dots, N-1$ определяется по формуле:

$$F_{m,n} = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} f_{k,l} e^{-i2\pi(\frac{km}{M}+\frac{ln}{N})} \qquad (4)$$

Основы простейшей пространственной и частотной обработки изображений в ПП Matlab

Сегодня трудно представить область деятельности, в которой можно обойтись без компьютерной обработки изображений. Интернет, сотовый телефон, видеокамера, фотоаппарат, сканер, принтер, так прочно вошедшие в наш быт, – немыслимы без компьютерной обработки изображений. При компьютерной обработке изображений решается широкий круг задач, таких как

- улучшение качества изображений;
- измерение параметров;
- спектральный анализ многомерных сигналов;
- распознавание изображений;
- сжатие изображений.

Любое изображение представляется двумерным массивом, в котором каждый элемент является функцией трех переменных трехзначных чисел, которые представляют собой значения для каждого цветового канала RGB. Значение цветового канала также характеризуется таким понятием как интенсивность цвета. В данном случае под интенсивностью понимается «количество белого света» в пикселе. Если источника света нет, то получается абсолютно черный RGB (0, 0, 0) цвет, если же происходит постепенное добавление «света» в каждый канал RGB до максимума, то получаем белый цвет RGB (255, 255, 255). То есть интенсивность цвета пикселя определяет количество «света» в каждом канале, тогда каждый канал может иметь градацию цвета, от черного до максимально светлого, между которыми находятся полутона серого цвета (рисунок 1).

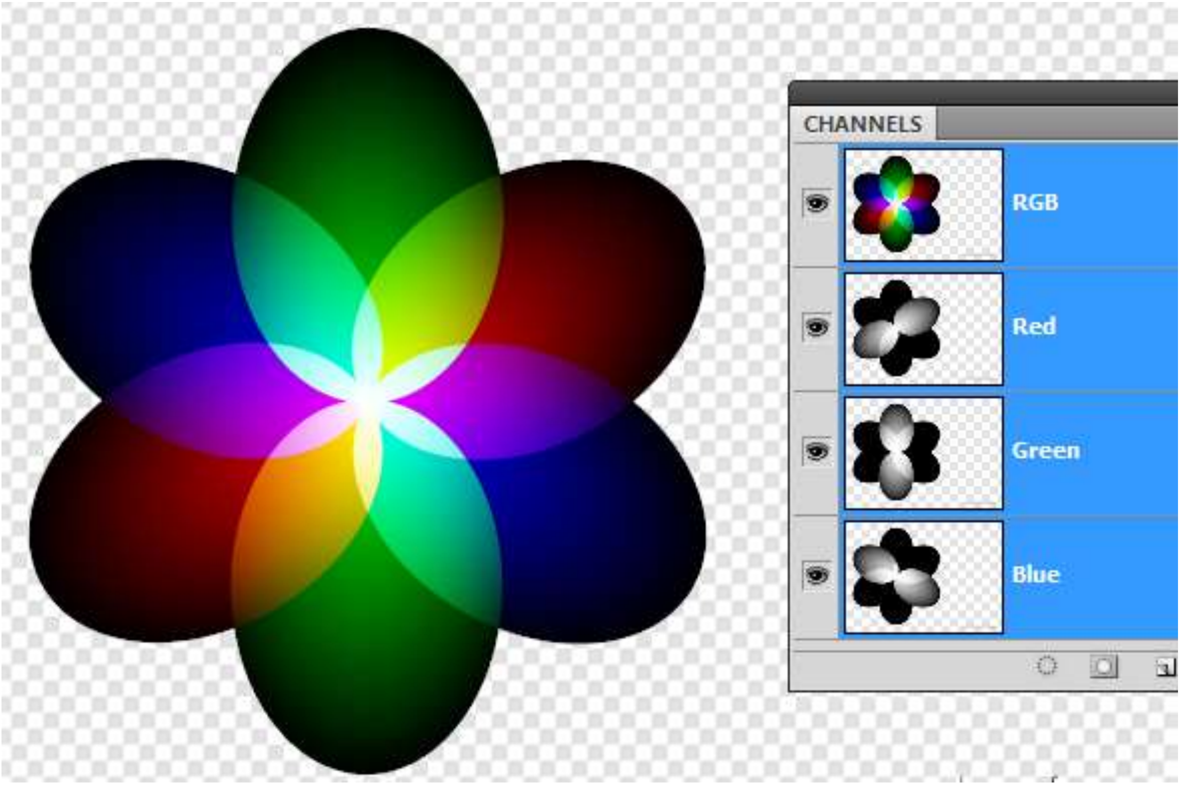


Рисунок 1 – Представление диаграммы всех оттенков цветов и их интенсивность в полутоновом представлении.

На основе понятия интенсивности цвета происходит основная часть операций цифровой обработки изображений.

Рассмотрим основные функции для обработки изображения в Матлаб

<table>
<tr><th>Команда</th><th>Результат</th></tr>
<tr><td>

```
I=imread('C:\...\flow.jpg'); % чтение файла изображения
imshow(I) % демонстрация изображения
```

</td><td></td></tr>
<tr><td>

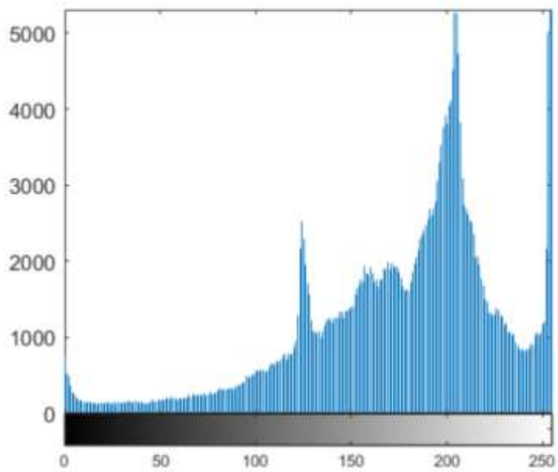
```
whos I %запрос информации об изображении
```

</td><td>

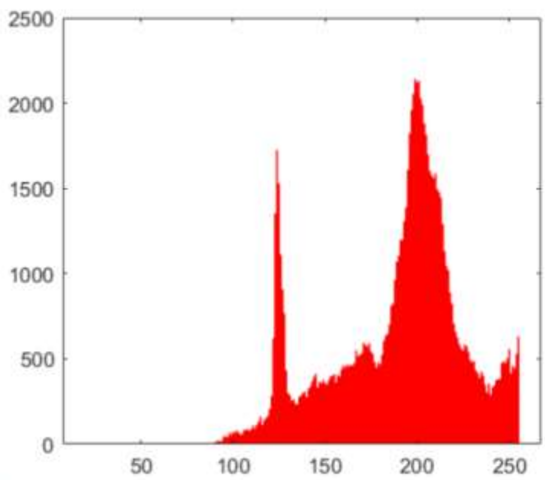
```
Name      Size         Bytes    Class    Attributes
I         320x320x3    307200   uint8
```

</td></tr>
<tr><td>

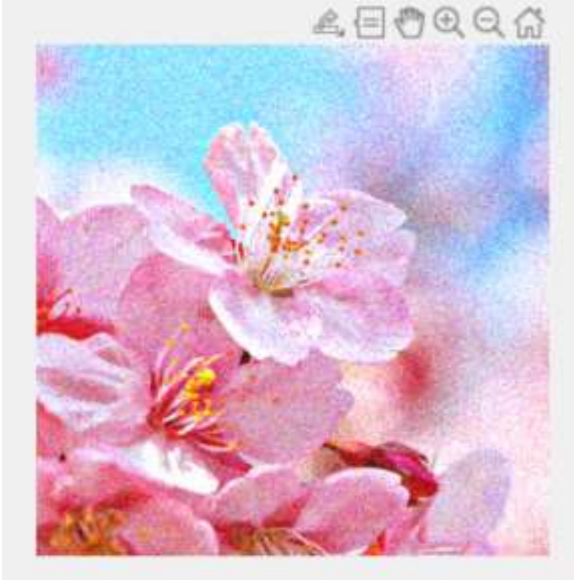
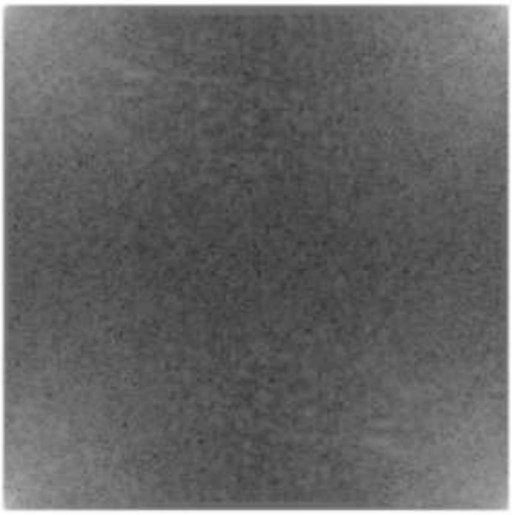
```
imhist (I) % представление гистограммы интенсивности цвета изображения
```

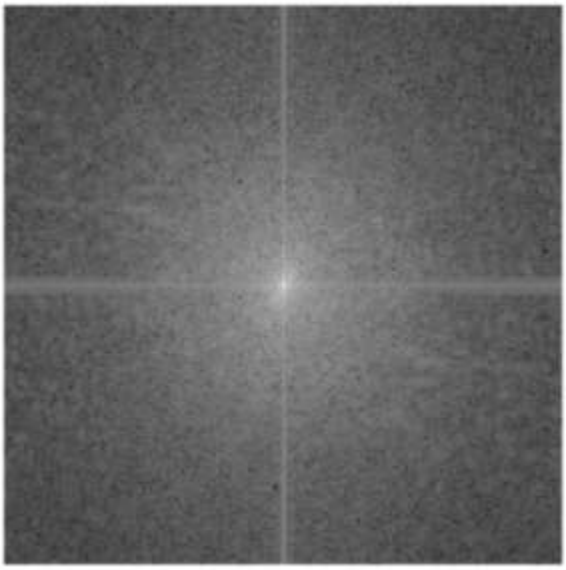
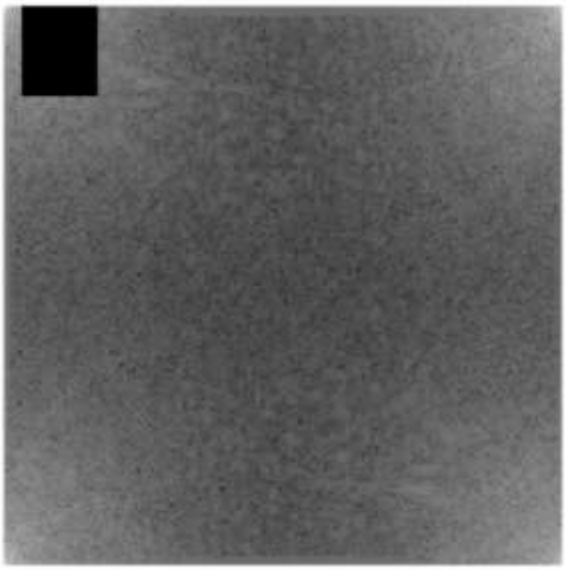
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>

```
r = double(I(:,:,1));
histogram(r,'BinMethod','integers',
'FaceColor','r','EdgeAlpha',0,'Face
Alpha',1) % представление интенсивности красного канала
```

</td><td>
</td></tr>
</table>

`I = rgb2gray(I)  % преобразует изображение truecolor RGB в изображение в оттенках серого .`	
`k=im2double(I(:,:,1)); %преобразует входной рисунок в рисунок со значениями класса double`	
`Z = im2bw(I, 0.4); %преобразует входной рисунок в двоичное изображение`	
`J = histeq(I(:,:,1),10); %эквализация или выравнивание контрастности изображения с 10 уровнями яркости`	

`J = imnoise(I,'gaussian', 0.1); % добавление гауссовского шума к изображению с дисперсией 0,1`	
`f=fft2(k);% преобразование Фурье`	
`f1=abs(f);% амплитудный спектр`	
`f2=log(abs(f)); % амплитудный спектр в логарифмическом масштабе`	

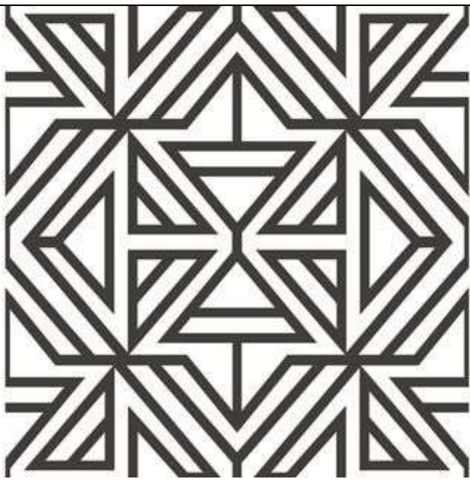
`f3=log(abs(fftshift(f)));% преобразование Фурье с центрованной нулевой нулевой частотной составляющей`	
`f(1:200, 1:150)=0;% удаление частотных составляющих из спектра изображения`	

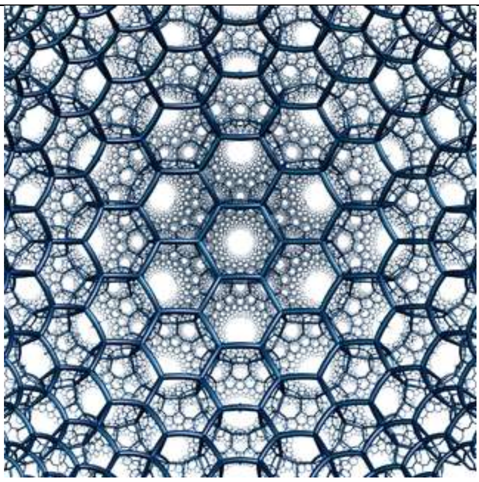
Выполнение работы

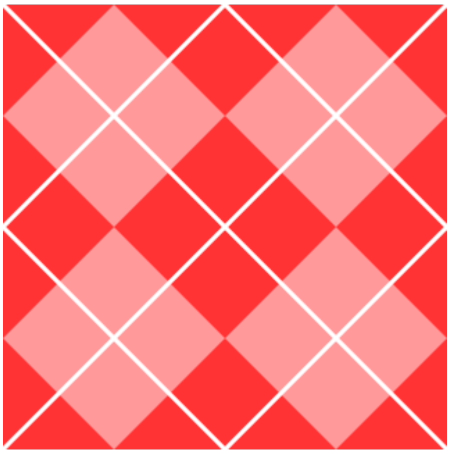
1. Выберите одно из предложенных в таблицах варианта изображение и представьте его в виде массива типа uint8 в программной среде Matlab. Получите гистограммы полутонов, для каждого RGB-канала изображения и для бинарного представления изображения. Сделайте вывод о распределении контраста в изображении.

2. Выполните двумерное преобразование Фурье, изобразите его амплитудную составляющую, сделайте усиление амплитуды и представьте спектр в центрованном виде.
3. Исследуйте влияние шума, добавленного к изображению, на результат обратного преобразования Фурье. Для зашумленного изображения дисперсия шума **δ** выбирается из таблицы вариантов значений.
4. Удалите частоты из преобразованного изображения в соответствии с вашим вариантом. Сделайте вывод о том, как влияет удаление нижних частот изображения и верхних частот на качество спектра.
5. Вычислите спектр двух изображений и качественно сравните их. Сделайте вывод об их контрастности, о присутствующих направлениях периодичности в изображении.

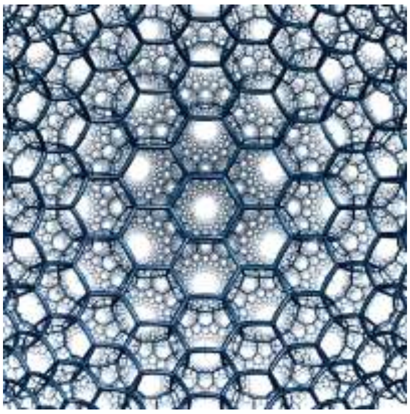
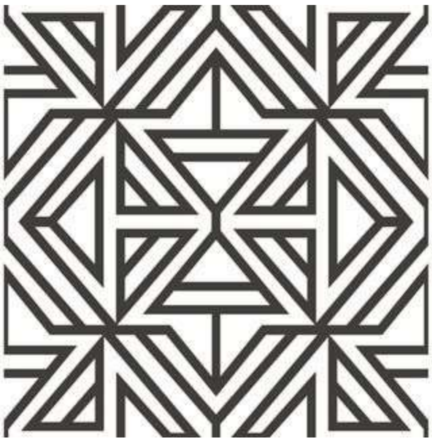
Варианты заданий

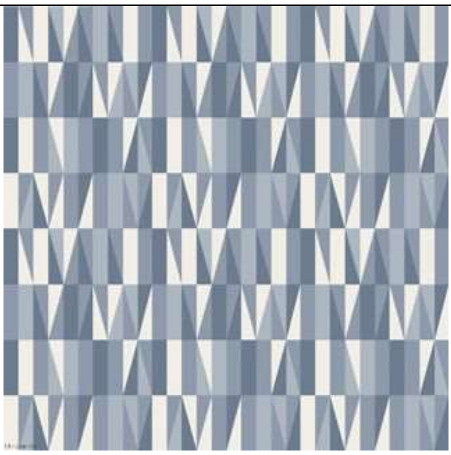
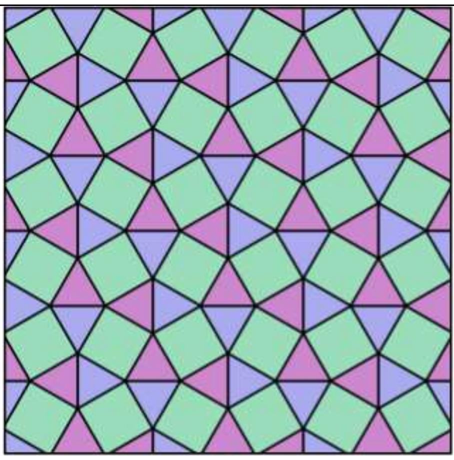
N вар	**Изображение №1**	**Изображение №2**	**δ**
1			0,28

2			0,13
3			0,21
4			0,04
5			0,65

6		ч 	0,06
7			0,25
8			0,45

9			0,62
10			0,07
11			0,38
12			0,79

13		ч 	0,45
14			0,27
15			0,74
16			0,1

17			0,10
18			0,61
19			0,42
20			0,62

Контрольные вопросы

1. Что такое двумерное преобразование Фурье?
2. Как интегральное двумерное преобразование Фурье связано с дискретным преобразованием Фурье?
3. Какое распределение контрастности в гистограмме является оптимальным с точки зрения зрительного восприятия человеком?
4. На что влияют высокочастотные и низкочастотные составляющие спектра изображения.
5. Если на спектре изображения больше ярких точек, то что вы можете сказать о реальном изображении?

Лабораторная работа № 4

«Расчёт цифрового фильтра нижних частот Баттерворта»

ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ЕГО ВЫПОЛНЕНИЯ

Необходимо рассчитать цифровой фильтр нижних частот Баттерворта и отфильтровать с его помощью заданный сигнал

$$x(t) = A_1 \sin(2\pi \cdot f_1 \cdot t) + A_2 \sin(2\pi \cdot f_2 \cdot t). \quad (1)$$

Порядок выполнения:

1. В соответствие с данными своего варианта задать сигнал (1) в программной среде Matlab и на его основе сформировать зашумленный сигнал, для чего добавить к сигналу синусоиды источник равномерного шума.
2. В соответствии с исходными данными для расчета цифрового фильтра произвести пересчет параметров коридора АЧХ цифрового фильтра в параметры коридора АЧХ аналогового фильтра.

   Исходные данные:

   F_d – частота дискретизации;

   R_p – неравномерность в полосе пропускания (дБ);

   R_s – подавление в полосе заграждения (дБ);

   w_s – частота среза (Гц);

   w_p – частота подавления (Гц);
3. Рассчитать порядок фильтра исходя из параметров коридора АЧХ аналогового фильтра.
4. Рассчитать передаточную характеристику аналогового нормированного ФНЧ требуемого порядка.
5. Произвести билинейное преобразование передаточной характеристики аналогового фильтра в передаточную характеристику цифрового фильтра.
6. Составить разностное уравнение цифрового ФНЧ Баттерворта.
7. С помощью уравнения отфильтровать заданный сигнал (1) в программной среде Matlab. Построить графики исходного и

отфильтрованного сигнала, а также их спектры. Сделать вывод о результатах работы.

Выбор варианта

Задания составляют 18 вариантов. Каждый студент выполняет задание по одному из вариантов согласно номеру своего студенческого билета: номер варианта совпадает с числом, образованным суммой двух последних цифр номера студенческого билета. Например, студент, имеющий студенческий билет № 80237, выполняет лабораторную работу по варианту 10, а студент со студенческим билетом № 25580 выполняет работу по варианту 8.

Таблица 1 – Параметры сигнала по вариантам

Вариант	A_1	f_1	A_2	f_2
1	1	28	76	10
2	7	38	9	6
3	8	95	72	2
4	7	80	74	3
5	6	63	6	7
6	4	47	13	5
7	4	9	82	9
8	7	22	67	7
9	5	28	49	9
10	7	47	10	4
11	8	91	94	12
12	3	82	20	6
13	1	29	39	5
14	10	39	78	14
15	8	40	90	4
16	8	35	39	2
17	9	23	62	10

18	130	2	60	90

Таблица 2 – Параметры фильтра по вариантам

Вариант	F_d	R_p	R_s	w_s	w_d
1	200	1	30	25	55
2	200	2	60	30	65
3	200	3	30	20	50
4	200	1	60	35	70
5	200	3	30	25	59
6	200	3	60	24	63
7	200	2	60	22	49
8	200	1	60	25	55
9	200	3	30	30	65
10	200	2	60	20	50
11	200	1	60	35	70
12	200	2	30	25	59
13	200	3	60	24	63
14	200	2	60	22	49
15	200	1	60	25	55
16	200	2	30	30	65
17	200	2	60	20	50
18	200	1	30	35	70

Методические рекомендации

Задача 1. Рассмотрим задание сигнала (1) в программной среде Matlab со следующими исходными значениями

A_1	f_1	A_2	f_2	F_d
130	2	60	90	200

R_p	R_s	w_s	w_d	
1	30	35	70	

Для этого необходимо задать переменные с исходными данными из Таблицы 1 и задать сигнал с шумом на заданном промежутке времени *t=200 сек.*

```
t =(0:200)/Fd;
x =
A1*sin(2*pi*f1*t)+A2*sin(2*pi*f2*t)+0.5*rand(1,length(t));
```

Задача 2. Для расчета цифрового фильтра произвести пересчет параметров коридора АЧХ (рис. 1) цифрового фильтра в параметры коридора АЧХ аналогового фильтра необходимо исходные данные задать относительно нормированной частоты в интервале от 0 до π рад/с. Поскольку фильтр цифровой и его АЧХ является периодической с периодом 2π и симметрична относительно нормированной частоты.

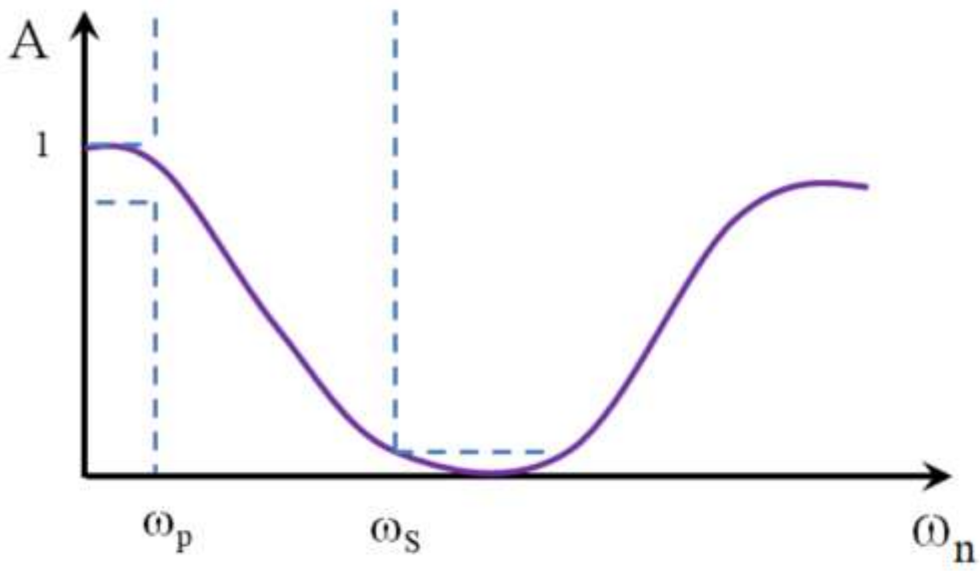


Рисунок 1 – Исходные данные для расчета цифрового ФНЧ относительно нормированной частоты

Для получения дискретного фильтра с заданными частотами среза необходимо скорректировать частоты среза аналогового прототипа, чтобы компенсировать искажения частотной оси. Искажение шкалы частот при билинейном преобразовании происходит согласно выражению:

$$\Omega = \frac{2}{T}\tan(w_n / 2) \qquad (2)$$

где T=$1/F_d$ = 0.005c^{-1}– интервал (шаг) дискретизации, Ω – шкала частот аналогового фильтра, $w_n = w_{ns} = 2\pi\, w_s / F_d = 1.0996$ – нормированная шкала частот цифрового фильтра ($w_n = w_{np} = 2\pi\, w_p / F_d = 2.1991$). По этой формуле рассчитывают скорректированные частоты для проектирования аналогового прототипа. В частности, частота гарантированного затухания определяется таким образом:

$$\Omega_s = 2F_d \tan(w_{ns} / 2) \approx 245.1203 \text{ рад/сек}.$$

Частота подавления:

$$\Omega_p = 2F_d \tan(w_{np} / 2) \approx 785.0442 \text{ рад/сек}.$$

Задача 3. Порядок ФНЧ Баттерворта равен

$$N = \frac{\ln(\varepsilon_s / \varepsilon_p)}{\ln(\Omega_p / \Omega_s)} \approx 7,$$

где $\varepsilon_s = \sqrt{10^{R_s/10} - 1} = 999.995, \quad \varepsilon_p = \sqrt{10^{R_p/10} - 1} = 0.50884$

Задача 4. Для расчета передаточной функции аналогового нормированного ФНЧ требуемого порядка воспользуемся программными функциями Matlab.

```
%Расчет коэффициентов полиномов числителя и знаменателя ПФ
%где w0= wns
        [b,a]=butter (N, w0, 's');
%Задание передаточной функции аналогового нормированного ФНЧ
        wpf = tf(b,a);
```

Задача 5. Составим билинейное преобразование передаточной характеристики аналогового фильтра в передаточную характеристику цифрового фильтра.

```
%Расчет билинейного преобразования передаточной
характеристики
         [bz, az]= bilinear (b, a, w0);
```

Задача 6. Составить разностное уравнение цифрового ФНЧ Баттерворта. Общий вид разностного уравнения

$$y(k)=\sum_{m=0}^{k}\frac{b_m}{a_0}\cdot x(k-m)-\sum_{m=1}^{k}\frac{a_m}{a_0}\cdot y(k-m),\quad k=0,1,2,...$$

Для его реализации необходимо задать цикл обработки исходного сигнала с шумом фильтром с коэффициентами bz, az.

```
%Инициализация массива для отфильтрованного сигнала
         y = zeros(1,k);
%Фильтрация сигнала на основе разностного уравнения фильтра
for i = N:length(x)
    for m=1:N
    y(m)= (bz(m)*x((i+1)-m))-(az(m)*y((i+1)-m));
    y(i)= y(i)+y(m);
    end
end
```

Задача 7. Построим графики исходного и отфильтрованного сигнала, а также их спектры. Найдем симметричные спектры исходного `f1` и отфильтрованного `f2` сигналов.

```
in = fft(x); %БПФ входного сигнала
n = length(x); % number of samples
f1 = (0:n-1)*(Fd/n); % frequency range
power1 = abs(in).^2/n; % power of the DFT
```

```
out = fft(y); %БПФ выходного сигнала после фильтрации
n = length(y); % number of samples
f2 = (0:n-1)*(Fd/n); % frequency range
power2 = abs(out).^2/n; % power of the DFT
```

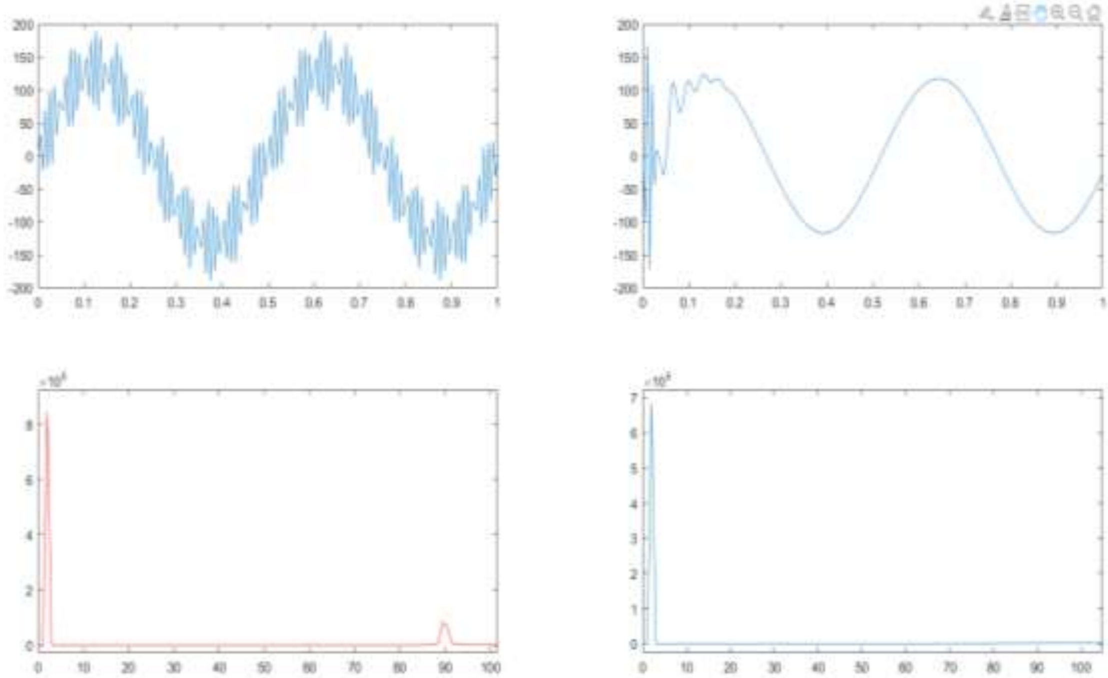


Рисунок 2 – Свойства исходного и отфильтрованного сигнала

Вывод: был рассмотрен частный случай КИХ-фильтра, у которого все коэффициенты являются постоянными. В общем случае проектирование КИХ-фильтра состоит в расчете таких коэффициентов, как bz, az обеспечивали бы требуемый вид частотной характеристики. Из приведенных иллюстраций можно сделать вывод, что высокочастотные колебания во входных данных полностью фильтруются с помощью разработанного нами фильтра низких частот Баттерворта. Общий листинг программного кода для лабораторной работы приведен далее по тексту.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   Расчёт КИХ фильтра с апроксимацией полиномом Батерворта
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%   Parametrs   %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Параметры исходного сигнала
        A1 =;
        f1 =;
        A2 =;
        f2 =;
% Задание сигнала
        t =(0:200)/Fd;
        x =
A1*sin(2*pi*f1*t)+A2*sin(2*pi*f2*t)+0.5*rand(1,length(t));

% Частота дискретизации(Гц):
        Fd =;
% Неравномерность в полосе пропускания(дБ):
        Rp =;
% Подавление в полосе заграждения(дБ):
        Rs =;
% Частота среза(Гц):
        W0 =;
% Частота подавления(Гц):
        W1 =;
% Нормированная частота среза:
        w0 =;
% Нормированная частота заграждения:
        w1 =;

%Нормированная шкала частот цифрового фильтра
wda1 = 2*Fd*tan(w1/2);
wda0 = 2*Fd*tan(w0/2);

%%%%%%%%%%%%   Вычисление параметров полинома   %%%%%%%%%%
es = sqrt(10^(Rs/10)-1);%подавление
ep = sqrt(10^(Rp/10)-1);%срез
N = (log(es/ep))/(log(wda1/wda0));
N = round(N); %Порядок полинома ФНЧ

%Расчет коэффициентов полиномов числителя и знаменателя ПФ
%где w0= wns
        [b,a]=butter (N, w0, 's');
%Задание передаточной функции аналогового нормированного
ФНЧ
        wpf = tf(b,a);
%Расчет билинейного преобразования передаточной
```

```
характеристики
        [bz, az]= bilinear (b, a, w0);

%***********Инициализация массива для отфильтрованного
сигнала********
         y = zeros(1, length(x));
%Фильтрация сигнала на основе разностного уравнения фильтра
for i = N:length(x)
    for m=1:N
    y(m)= (bz(m)*x((i+1)-m))-(az(m)*y((i+1)-m));
    y(i)= y(i)+y(m);
    end
end

%****************СПЕКТР
СИГНАЛОВ***************************
in = fft(x); %БПФ входного сигнала
n = length(x); % number of samples
f1 = (0:n-1)*(Fd/n); % frequency range
power1 = abs(in).^2/n; % power of the DFT

out = fft(y); %БПФ выходного сигнала после фильтрации
n = length(y); % number of samples
f2 = (0:n-1)*(Fd/n); % frequency range
power2 = abs(out).^2/n; % power of the DFT


%Посттроение всех полученных характеристик.
subplot(2,2,1); plot(t,x);
subplot(2,2,2); plot(t,y);
subplot(2,2,3); plot(f1,power1, 'r')
subplot(2,2,4); plot(f2,power2)
```