

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ»

Задание и методические указания к контрольной работе
для студентов заочного отделения по дисциплине

«ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ»

Ростов-на-Дону
2022

Принятые сокращения

- АЦП – аналого-цифровой преобразователь
- АЧХ – амплитудно-частотная характеристика
- БИХ – бесконечная импульсная характеристика (тип фильтра)
- БПФ – быстрое преобразование Фурье
- ДВПФ – дискретное по времени преобразование Фурье
- ДПФ – дискретное преобразование Фурье
- ДФ – дискретный фильтр
- ИХ – импульсная характеристика
- КИХ – конечная импульсная характеристика (тип фильтра)
- КЧХ – комплексная частотная характеристика
- МИП – модулированная импульсная последовательность
- ПФ – полосовой фильтр
- РКР – расчетная контрольная работа
- РФ – режекторный фильтр
- ФВЧ – фильтр верхних частот
- ФНЧ – фильтр нижних частот
- ФЧХ – фазочастотная характеристика
- ЦАП – цифроаналоговый преобразователь
- ЦОС – цифровая обработка сигналов
- ЦПГ – цифровой преобразователь гильберта
- ЦФ – цифровой фильтр

ВВЕДЕНИЕ

Ежедневно в своей бытовой и профессиональной деятельности человек встречается с цифровой обработкой сигнала (ЦОС). Методы цифровой обработки сигналов нашли свое применение от сотовой связи, фото и видеосъемки до систем медицинской компьютерной диагностики и дистанционного зондирования Земли. Среди устройств цифровой обработки сигналов широкое распространение получили цифровые фильтры. В этих устройствах точность набора коэффициентов определяется лишь числом разрядов разрядной сетки. В цифровых фильтрах можно легко изменять коэффициенты, и, следовательно, характеристики фильтра, не изменяя структуры набора, что создает уникальные возможности осуществления алгоритмов обработки сигналов. Для разработчиков создаются самые широкие возможности для синтеза перестраиваемых, адаптивных и многофункциональных фильтров.

Методическое пособие направлено на развитие у студентов навыков по расчету и синтезу цифровых фильтров с использованием современного пакета математического моделирования MATLAB. В нем приведены краткие теоретические сведения, варианты заданий на контрольную работу, а также пример расчета цифрового фильтра Баттерворта.

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ЕГО ВЫПОЛНЕНИЯ

Контрольное задание

Необходимо рассчитать цифровой фильтр нижних частот Баттерворта и отфильтровать с его помощью заданный сигнал

$$x(t) = A_1 \sin(2\pi \cdot f_1 \cdot t) + A_2 \sin(2\pi \cdot f_2 \cdot t). \quad (1)$$

Порядок выполнения:

1. В соответствие с данными своего варианта задать сигнал (1) в программной среде Matlab и на его основе сформировать зашумленный сигнал, для чего добавить к сигналу синусоиды источник равномерного шума.
2. В соответствии с исходными данными для расчета цифрового фильтра произвести пересчет параметров коридора АЧХ цифрового фильтра в параметры коридора АЧХ аналогового фильтра.

Исходные данные:

F_d – частота дискретизации;

R_p – неравномерность в полосе пропускания (дБ);

R_s – подавление в полосе заграждения (дБ);

ω_s – частота среза (Гц);

ω_p – частота подавления (Гц);

3. Рассчитать порядок фильтра исходя из параметров коридора АЧХ аналогового фильтра.
4. Рассчитать передаточную характеристику аналогового нормированного ФНЧ требуемого порядка.
5. Произвести билинейное преобразование передаточной характеристики аналогового фильтра в передаточную характеристику цифрового фильтра.
6. Составить разностное уравнение цифрового ФНЧ Баттерворта.

7. С помощью уравнения отфильтровать заданный сигнал (1) в программной среде Matlab. Построить графики исходного и отфильтрованного сигнала, а также их спектры. Сделать вывод о результатах работы.

Выбор варианта

Контрольные задания составляют 18 вариантов. Каждый студент выполняет контрольное задание по одному из вариантов согласно номеру своего студенческого билета: номер варианта совпадает с числом, образованным суммой двух последних цифр номера студенческого билета. Например, студент, имеющий студенческий билет № 80237, выполняет контрольную работу по варианту 10, а студент со студенческим билетом № 25580 выполняет работу по варианту 8.

Таблица 1 – Параметры сигнала по вариантам

Вариант	A_1	f_1	A_2	f_2
1	1	28	76	10
2	7	38	9	6
3	8	95	72	2
4	7	80	74	3
5	6	63	6	7
6	4	47	13	5
7	4	9	82	9
8	7	22	67	7
9	5	28	49	9
10	7	47	10	4
11	8	91	94	12
12	3	82	20	6
13	1	29	39	5
14	10	39	78	14

15	8	40	90	4
16	8	35	39	2
17	9	23	62	10
18	130	2	60	90

Таблица 2 – Параметры фильтра по вариантам

Вариант	F_d	R_p	R_s	w_s	w_d
1	200	1	30	25	55
2	200	2	60	30	65
3	200	3	30	20	50
4	200	1	60	35	70
5	200	3	30	25	59
6	200	3	60	24	63
7	200	2	60	22	49
8	200	1	60	25	55
9	200	3	30	30	65
10	200	2	60	20	50
11	200	1	60	35	70
12	200	2	30	25	59
13	200	3	60	24	63
14	200	2	60	22	49
15	200	1	60	25	55
16	200	2	30	30	65
17	200	2	60	20	50
18	200	1	30	35	70

Требования к оформлению контрольной работы

1. Контрольная работа оформляется в файле формата .doc / .docx. Шрифт Times New Roman, кегель 14 пт, поля: левое 3см, правое 1.5 см,

верхнее и нижнее 2 см, межстрочный интервал 1.5 пт. Все иллюстрации, формулы и листинги программ указываются согласно примеру, приведенному в методическом пособии.

2. Все исправления по замечаниям рецензента, и работу над ошибками, рекомендуется выполнять в режиме «Рецензирования». Все страницы РКР должны быть пронумерованы.

3. Согласно варианту должны быть выписаны все численные данные задания. Все величины, буквенные обозначения которых применяют в коде решения, должны сопровождаться комментариями, поясняющими их значение. Нельзя в одной задаче одинаково обозначать разные величины.

4. Расчетные значения лучше не округлять или оставлять не менее четырех порядков после единиц целой части.

5. Титульный лист оформляется в соответствии с титульным бланком РКР.

Методические рекомендации

Задача 1. Рассмотрим задание сигнала (1) в программной среде Matlab со следующими исходными значениями

A_1	f_1	A_2	f_2	F_d
130	2	60	90	200
R_p	R_s	w_s	w_d	
1	30	35	70	

Для этого необходимо задать переменные с исходными данными из Таблицы 1 и задать сигнал с шумом на заданном промежутке времени $t=200$ сек.

```
t = (0:200) / Fd;
x =
A1*sin(2*pi*f1*t)+A2*sin(2*pi*f2*t)+0.5*rand(1,length(t));
```

Задача 2. Для расчета цифрового фильтра произвести пересчет параметров коридора АЧХ (рис. 1) цифрового фильтра в параметры коридора АЧХ аналогового фильтра необходимо исходные данные задать относительно нормированной частоты в интервале от 0 до π рад/с. Поскольку фильтр цифровой и его АЧХ является периодической с периодом 2π и симметрична относительно нормированной частоты.

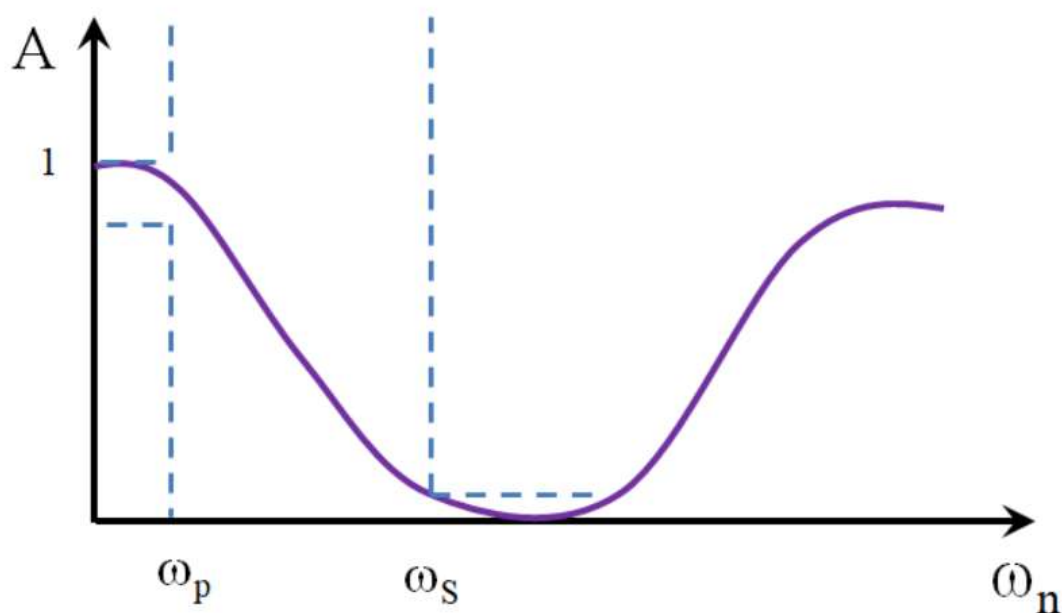


Рисунок 1 – Исходные данные для расчета цифрового ФНЧ относительно нормированной частоты

Для получения дискретного фильтра с заданными частотами среза необходимо скорректировать частоты среза аналогового прототипа, чтобы компенсировать искажения частотной оси. Искажение шкалы частот при билинейном преобразовании происходит согласно выражению:

$$\Omega = \frac{2}{T} \tan(w_n / 2) \quad (2)$$

где $T=1/F_d=0.005\text{с}^{-1}$ – интервал (шаг) дискретизации, Ω – шкала частот аналогового фильтра, $w_n = w_{ns}=2\pi w_s/F_d=1.0996$ – нормированная шкала частот цифрового фильтра ($w_n = w_{np}=2\pi w_p/F_d=2.1991$). По этой формуле

рассчитывают скорректированные частоты для проектирования аналогового прототипа. В частности, частота гарантированного затухания определяется таким образом:

$$\Omega_s = 2F_d \tan(w_{ns}/2) \approx 245.1203 \text{ рад/сек}.$$

Частота подавления:

$$\Omega_p = 2F_d \tan(w_{np}/2) \approx 785.0442 \text{ рад/сек}.$$

Задача 3. Порядок ФНЧ Баттерворта равен

$$N = \frac{\ln(\varepsilon_s / \varepsilon_p)}{\ln(\Omega_p / \Omega_s)} \approx 7,$$

где $\varepsilon_s = \sqrt{10^{R_s/10} - 1} = 999.995$, $\varepsilon_p = \sqrt{10^{R_p/10} - 1} = 0.50884$

Задача 4. Для расчета передаточной функции аналогового нормированного ФНЧ требуемого порядка воспользуемся программными функциями Matlab.

```
%Расчет коэффициентов полиномов числителя и знаменателя ПФ
%где w0= wns
      [b,a]=butter (N, w0, 's');
%Задание передаточной функции аналогового нормированного
ФНЧ
      wpf = tf(b,a);
```

Задача 5. Составим билинейное преобразование передаточной характеристики аналогового фильтра в передаточную характеристику цифрового фильтра.

```
%Расчет билинейного преобразования передаточной
характеристики
      [bz, az]= bilinear (b, a, w0);
```

Задача 6. Составить разностное уравнение цифрового ФНЧ Баттерворта. Общий вид разностного уравнения

$$y(k) = \sum_{m=0}^k \frac{b_m}{a_0} \cdot x(k-m) - \sum_{m=1}^k \frac{a_m}{a_0} \cdot y(k-m), \quad k=0,1,2,\dots$$

Для его реализации необходимо задать цикл обработки исходного сигнала с шумом фильтром с коэффициентами bz, az.

```
%Инициализация массива для отфильтрованного сигнала
y = zeros(1,k);
%Фильтрация сигнала на основе разностного уравнения фильтра
for i = N:length(x)
    for m=1:N
        y(m) = (bz(m)*x((i+1)-m)) - (az(m)*y((i+1)-m));
        y(i) = y(i)+y(m);
    end
end
end
```

Задача 7. Построим графики исходного и отфильтрованного сигнала, а также их спектры. Найдём симметричные спектры исходного f1 и отфильтрованного f2 сигналов.

```
in = fft(x); %БПФ входного сигнала
n = length(x); % number of samples
f1 = (0:n-1)*(Fd/n); % frequency range
power1 = abs(in).^2/n; % power of the DFT

out = fft(y); %БПФ выходного сигнала после фильтрации
n = length(y); % number of samples
f2 = (0:n-1)*(Fd/n); % frequency range
power2 = abs(out).^2/n; % power of the DFT
```

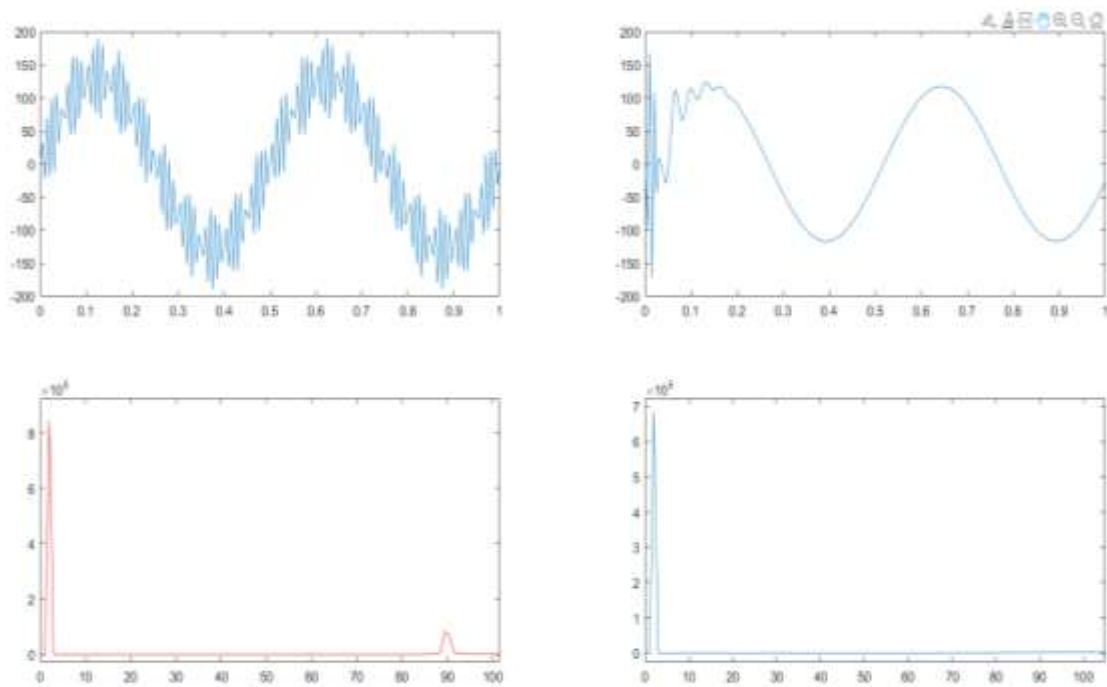


Рисунок 2 – Свойства исходного и отфильтрованного сигнала

Вывод: был рассмотрен частный случай БИХ-фильтра, у которого все коэффициенты являются постоянными. В общем случае проектирование БИХ-фильтра состоит в расчете таких коэффициентов, как b_z , a_z обеспечивали бы требуемый вид частотной характеристики. Из приведенных иллюстраций можно сделать вывод, что высокочастотные колебания во входных данных полностью фильтруются с помощью разработанного нами фильтра низких частот Баттерворта. Общий листинг программного кода для расчетно-контрольной работы приведен далее по тексту.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   Расчёт КИХ фильтра с аппроксимацией полиномом Баттерворта
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%   Parametrs   %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Параметры исходного сигнала
    A1 =;
    f1 =;

```

```

        A2 =;
        f2 =;
% Задание сигнала
        t =(0:200)/Fd;
        x =
A1*sin(2*pi*f1*t)+A2*sin(2*pi*f2*t)+0.5*rand(1,length(t));

% Частота дискретизации(Гц) :
        Fd =;
% Неравномерность в полосе пропускания(дБ) :
        Rp =;
% Подавление в полосе заграждения(дБ) :
        Rs =;
% Частота среза(Гц) :
        W0 =;
% Частота подавления(Гц) :
        W1 =;
% Нормированная частота среза:
        w0 =;
% Нормированная частота заграждения:
        w1 =;

%Нормированная шкала частот цифрового фильтра
wda1 = 2*Fd*tan(w1/2);
wda0 = 2*Fd*tan(w0/2);

%%%%%%%%%%%%%    Вычисление параметров полинома    %%%%%%%%%%%%%%
es = sqrt(10^(Rs/10)-1);%подавление
ep = sqrt(10^(Rp/10)-1);%срез
N = (log(es/ep))/(log(wda1/wda0));
N = round(N); %Порядок полинома ФНЧ

%Расчет коэффицентов полиномов числителя и знаменателя ПФ
%где w0= wns
        [b,a]=butter (N, w0, 's');
%Задание передаточной функции аналогового нормированного
ФНЧ
        wpf = tf(b,a);
%Расчет билинейного преобразования передаточной
характеристики
        [bz, az]= bilinear (b, a, w0);

%*****Инициализация массива для отфильтрованного
сигнала*****
        y = zeros(1, length(x));
%Фильтрация сигнала на основе разностного уравнения фильтра
for i = N:length(x)
    for m=1:N
        y(m)= (bz(m)*x((i+1)-m))-(az(m)*y((i+1)-m));
    end
end

```

```

        y(i)= y(i)+y(m);
    end
end

%*****СПЕКТР
СИГНАЛОВ*****
in = fft(x); %БПФ входного сигнала
n = length(x); % number of samples
f1 = (0:n-1)*(Fd/n); % frequency range
power1 = abs(in).^2/n; % power of the DFT

out = fft(y); %БПФ выходного сигнала после фильтрации
n = length(y); % number of samples
f2 = (0:n-1)*(Fd/n); % frequency range
power2 = abs(out).^2/n; % power of the DFT

%Построение всех полученных характеристик.
subplot(2,2,1); plot(t,x);
subplot(2,2,2); plot(t,y);
subplot(2,2,3); plot(f1,power1, 'r')
subplot(2,2,4); plot(f2,power2)

```

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов, практический подход (2-е изд., 2004) – 989 с.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высш. школа., 1983. – 536 с.
3. Петровский А. А. Теория и применение цифровой обработки сигналов. Лабораторный практикум: пособие/ А. А. Петровский, М. И. Вашкевич, И.С. Азаров. Минск : БГУИР, 2016. – 87 с.
4. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2013. – 608 с.: ил.
5. Дьяконов В. П. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.: ил.
6. Трофименко В.Н. Устройства цифровой обработки сигналов: Синтез фильтров: Лабораторный практикум. - Ростов-на-Дону, РАС ЮРГУЭС, 2008 г. – 54 с.